

## Lösungen zu den Übungsaufgaben in Kapitel 11

- (1) In unseren Online-Materialien finden Sie die Datei »daten\_kap11.txt«, die die Rohdaten eines Zwei-Gruppen-Experiments enthält. In diesem Experiment wurden die Versuchspersonen entweder in gute Stimmung (Gruppe 1) oder in schlechte Stimmung (Gruppe 2) versetzt; anschließend sollten sie eine Anagrammaufgabe lösen. Gezählt wurde, wie viele Anagramme die Versuchspersonen in den beiden Bedingungen gelöst haben. Bei dieser abhängigen Variablen soll es sich um einen Indikator für die stetige Variable Kognitive Leistungsfähigkeit handeln.

Lesen Sie diese Datendatei in ein Statistikprogramm (z. B. R, SPSS) oder ein Tabellenkalkulationsprogramm (z. B. Excel) ein. Beantworten Sie die folgenden Fragen:

- (a) Wie lauten die Mittelwerte, die Stichprobenstandardabweichungen und die Standardfehler innerhalb der beiden Gruppen?

$$\bar{x}_1 = 12,4 \quad \bar{x}_2 = 10,15$$

$$\hat{\sigma}_1 = 5,615 \quad \hat{\sigma}_2 = 4,324$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_1} = 0,888 \quad \hat{\sigma}_{\bar{x}_2} = 0,684$$

- (b) Wo liegen die Grenzen der beiden zweiseitigen 90 %-Konfidenzintervalle für die Mittelwerte  $\mu_1$  und  $\mu_2$ ?

$$\text{Gruppe 1: } 90 \% \text{ KI} = [10,9; 13,9]$$

$$\text{Gruppe 2: } 90 \% \text{ KI} = [9,00; 11,3]$$

- (c) Wie lauten die Mittelwertsdifferenz und der Standardfehler dieser Mittelwertsdifferenz?

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 2,25$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = 1,12$$

- (d) Wie lauten der empirische  $t$ -Wert und sein exakter  $p$ -Wert beim einseitigen Test? Welche statistische Entscheidung legt das Testergebnis nahe, wenn der  $t$ -Test für unabhängige Stichproben auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 5\%$  (einseitig) durchgeführt wird?

$$t = 2,008; df = 78; p = 0,024.$$

Das Ergebnis ist auf dem 5%-Niveau signifikant; die Nullhypothese kann verworfen werden: Die Stimmung beeinflusst die kognitive Leistungsfähigkeit.

- (e) Wo liegen die Grenzen des einseitigen 95 %-Konfidenzintervalls für die Mittelwertsdifferenz  $\varepsilon = \mu_1 - \mu_2$ ?

$$95 \% \text{ KI} = [0,385; +\infty)$$

- (f) Wie lautet die empirische Effektstärke  $d'_2$ ? Bewerten Sie die Größe von  $d'_2$  anhand der Taxonomie von Cohen.

Zunächst muss die gepoolte Innerhalb-Standardabweichung nach Formel F 11.8 berechnet werden. Sie beträgt in unserem Beispiel

$$\hat{\sigma}_{\text{inn}} = \sqrt{\hat{\sigma}_{\text{inn}}^2} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2 \cdot (n_1 - 1) + \hat{\sigma}_2^2 \cdot (n_2 - 1)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}} = \sqrt{\frac{31,53 \cdot 39 + 18,7 \cdot 39}{39 + 39}} = 5,01.$$

Dieser Wert kann nun in Formel F 11.13 eingesetzt werden; es ergibt sich ein Wert von  $d'_2 = 2,25/5,01 = 0,45$ . Es handelt sich nach der Taxonomie von Cohen (1988) um einen mittelgroßen Effekt.

- (g) Wo liegen die Grenzen des zweiseitigen 95 %-Konfidenzintervalls für die Effektgröße  $\delta$ ?

Zunächst bestimmen wir die Nonzentralitätsparameter zweier nonzentraler  $t$ -Verteilungen, unter denen der empirische  $t$ -Wert ( $t_{\text{emp}}$ ) einen Flächenanteil von  $\alpha/2$  abschneidet. Mit Hilfe des

Programms NDC ermitteln wir für  $t = 2,008$  und  $df = 78$  die Werte  $\lambda_u = 0,017$  und  $\lambda_o = 3,99$ . Nach Formel F 11.17 können nun die Grenzen dieses Konfidenzintervalls wie folgt berechnet werden:

$$\delta'_u = \lambda_u \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}} = 0,017 \cdot \sqrt{\frac{80}{1600}} = 0,004 \text{ und } \delta'_o = \lambda_o \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}} = 3,99 \cdot \sqrt{\frac{80}{1600}} = 0,89.$$

Daraus ergibt sich: 95 % KI = [0,004; 0,8915].

- (h) Prüfen Sie mit Hilfe eines Levene-Tests, ob die beiden Stichprobenvarianzen signifikant voneinander abweichen. Zu welchem Ergebnis kommen Sie?**

$$F(39; 39) = 3,43; p < 0,01.$$

Das Ergebnis des Levene-Tests ist signifikant; die Varianzen in beiden Stichproben unterscheiden sich signifikant voneinander.

- (2) Bleiben wir bei dem in Aufgabe 1 geschilderten Experiment, in dem die Stimmung zweier Gruppen von Versuchspersonen manipuliert wurde. Es soll nun geprüft werden, ob die Stimmung auch die Bereitschaft zur Hilfeleistung beeinflusst. Die Versuchspersonen erhielten als Entlohnung für ihre Teilnahme an der Untersuchung 10 Euro, die sie (a) entweder selbst behalten, (b) der Universität zur Verbesserung der Bibliotheksausstattung oder (c) einem Kinderhilfswerk spenden durften. Die Entscheidung der Versuchsperson wurde registriert. Dabei ergab sich folgende Häufigkeitsverteilung: In Gruppe 1 (positive Stimmung) entschieden sich 5 Personen für (a), 12 Personen für (b) und 13 Personen für (c). In Gruppe 2 (negative Stimmung) entschieden sich 10 Personen für (a), 14 Personen für (b) und 6 Personen für (c).**

- (a) Prüfen Sie mit Hilfe eines Zweistichproben- $\chi^2$ -Tests auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 5\%$ , ob die Verteilungen in den beiden Stichproben (Bedingungen) signifikant voneinander abweichen. Zu welchem Ergebnis kommen Sie?**

Die empirische bivariate Häufigkeitsverteilung sieht wie folgt aus:

	(a)	(b)	(c)	Summe
positiv	5	12	13	30
negativ	10	14	6	30
Summe	15	26	19	60

Die theoretisch erwartete bivariate Häufigkeitsverteilung unter der Nullhypothese (der zufolge die beiden Dimensionen Stimmung und Entscheidung voneinander unabhängig sind), sieht wie folgt aus:

	(a)	(b)	(c)	Summe
positiv	5	12	13	30
negativ	10	14	6	30
Summe	15	26	19	60

Setzt man die beobachteten und die erwarteten Häufigkeiten in Formel F 11.48b ein, ergibt sich folgender Wert der Prüfgröße:  $\chi^2(2; N = 60) = 4,4; p = 0,11$ . Das Ergebnis des Zweistichproben- $\chi^2$ -Tests ist nicht signifikant; die Nullhypothese kann nicht abgelehnt werden.

**(b) Wie lautet die empirische Effektgröße  $\hat{\omega}$  und das zweiseitige 90 %-Konfidenzintervall für die Effektgröße  $\omega$ ? Bewerten Sie die Größe des empirischen Effekts.**

Mit Hilfe von Formel F 10.30 erhalten wir einen Wert von  $\hat{\omega} = \sqrt{4,4/60} = 0,27$ . Es handelt sich um einen mittelgroßen Effekt. Die Grenzen des zweiseitigen 90%-Konfidenzintervalls für die Effektstärke  $\omega$  können mit Hilfe von Formel F 11.56 bestimmt werden. Hierzu benötigen wir die Nonzentralitätsparameter zweier nonzentraler  $\chi^2$ -Verteilungen, unter denen der empirisch ermittelte  $\chi^2$ -Wert einen Flächenanteil von 5 % nach rechts bzw. nach links hin abschneidet. Mit Hilfe des Programms NDC ergeben sich bei  $\chi^2 = 4,4$  und  $df = 2$  die Werte  $\lambda_u = 0$  und  $\lambda_o = 12,65$ . Eingesetzt in Formel F 11.56 ergibt sich  $\omega_u = 0$  und  $\omega_o = \sqrt{12,65/60} = 0,46$ .

**(c) Wie viele Personen wären in diesem Experiment benötigt worden, um einen Effekt der ermittelten Größe mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% zu finden, falls ein solcher Effekt in der Population tatsächlich existiert (Post-hoc-Poweranalyse)?**

Mit Hilfe des Programms G\*Power (Testfamilie:  $\chi^2$ -Tests; Statistischer Test: Kontingenztafel; Poweranalysetyp: A priori) ermitteln wir für die eingegebenen Werte  $\hat{\omega} = 0,27$ ,  $\alpha = 0,05$ ;  $1 - \beta = 0,95$  und  $df = 2$  einen Wert von  $n = 212$ .